

이차 방정식 1 강 - 이차방정식 풀이

사이버스쿨 우프선생

www.cyberschool.co.kr

☑ 이차방정식 : $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$, a, b, c 는 실수)

☑ 근(해) : 이차방정식의 답 , 이차 방정식은 항상 2개의 근이 있다.

증근 : 2개의 근이 같다

☑ 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이

$$AB=0 \Leftrightarrow A=0 \text{ 또는 } B=0$$

(예1) 다음 이차방정식을 인수분해를 이용하여 풀어라.

(1) $x^2-x-12=0$

(2) $4x^2-1=0$

(풀이) (1) $(x+3)(x-4)=0 \quad \therefore x+3=0$ 또는 $x-4=0$

일차방정식을 풀면 $x=-3$ 또는 $x=4$

(2) $(2x+1)(2x-1)=0 \quad \therefore 2x+1=0$ 또는 $2x-1=0$

일차방정식을 풀면 $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

☑ 제곱근을 이용한 이차방정식의 풀이

$$x^2 - q = 0 (q \geq 0) \text{의 해}$$

$$x^2 = q \text{ 에서 } x = \pm\sqrt{q}$$

(예2) 이차방정식 $x^2 + 2x - 1 = 0$ 을 완전제곱식을 이용하여 풀어라.

(풀이) 좌변의 -1 을 이항하면 $x^2 + 2x = 1$

$$x^2 + 2x + 1 = 1 + 1 \quad (\text{양변에 } 1 \text{을 더한다})$$

$$(x + 1)^2 = 2 \quad (\text{제곱꼴로 만든다})$$

$$x + 1 = \pm\sqrt{2}$$

$$\therefore x = -1 \pm\sqrt{2}$$

☑ 근의 공식을 이용한 이차방정식의 풀이

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \Rightarrow \quad \therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

(예3) 근의 공식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $2x^2 + 3x + 1 = 0$

(2) $3x^2 - 5x - 2 = 0$

이차방정식 1 강 - 연 습 문 제

1. x 가 집합 $\{0, 1, 2, 3\}$ 의 원소일 때, 방정식 $2x^2 - x - 6 = 0$ 의 해의 집합은 ?

2. 이차방정식 $(x+1)^2 + 2(x+1) = 15$ 의 두 근의 합을 구하여라.

3. 다음 두 집합 A, B에 대하여 $A \cup B = \{2, -3, 5\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 구하여라.

$$A = \{x \mid x^2 + x - 6 = 0\}, \quad B = \{x \mid x^2 - 7x + a = 0\}$$

4. 이차방정식 $x^2 - 6x = 1 + 2x^2$ 을 $(x-p)^2 = q$ 의 꼴로 변형할 때, $p-q$ 의 값을 구하여라.

5. 근의 공식에 대입하여 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $x^2 - 6x - 3 = 0$

(2) $2x^2 + x - 5 = 0$

(3) $0.2x^2 - x - 0.5 = 0$

(4) $-2x^2 - 6x + 1 = 0$

(5) $3x(x+1) = 8$

(6) $2x(x-1) = x+9$

6. 이차방정식 $x^2-3x-1=0$ 의 두 근 중 큰 값을 a 라 할 때,
일차방정식 $x+2a=0$ 의 해를 구하여라.

7. 계수가 유리수인 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 한 근이 $1-\sqrt{2}$ 일 때,
 $a-b$ 의 값을 구하여라.

8. $2+\sqrt{2}$ 의 정수 부분과 소수 부분을 두 근으로 하는 이차방정식이
 $x^2+ax+b=0$ 일 때, $-\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라.

9. 이차방정식 $x^2-2mx+2-m=0$ 이 중근을 갖도록 m 의 값을 구하여라.

11. 이차방정식 $2x^2-2x+k=0$ 의 두 근의 차가 5일 때, k 의 값을 구하여라.

이차방정식의 근의 개수

① $b^2-4ac > 0 \Rightarrow$ 서로 다른 두 근

② $b^2-4ac=0 \Rightarrow$ 중근

③ $b^2-4ac < 0 \Rightarrow$ 근이 없다.

근과 계수와의 관계 : 두 근을 α, β 라고 할 때,

(1) 두 근의 합 : $\alpha+\beta = -\frac{b}{a}$ (2) 두 근의 곱 : $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

(3) 두 근의 차 : $|\alpha-\beta| = \sqrt{(\alpha-\beta)^2} = \sqrt{(\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta}$

$$= \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{|a|} = \frac{\sqrt{D}}{|a|}$$

쉼레근

이차방정식 한근이 $p+q\sqrt{r}$ 이면 다른 한 근은 $p-q\sqrt{r}$ 이다.

이차방정식 2 강 - 연 습 문 제

1. 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, 다음을 구하여라.

(1) $\alpha + \beta$

(2) $\alpha\beta$

2. 두 근이 -5 와 1 이고, 이차항의 계수가 1 인 이차방정식을 구하여라.

3. 이차방정식 $ax^2 + 2x + b = 0$ 의 두 근이 $-3, 4$ 일 때, $a + b$ 의 값은 ?

4. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 -3 과 5 일 때, $a - b$ 의 값은 ?

5. 이차방정식 $x^2 + 3x - 4 = 0$ 의 두 근이 m, n 일 때, $m^2 + mn + n^2$ 의 값은 ?

6. 이차방정식 $x^2+6x+1=0$ 의 근이 $x=A \pm 2\sqrt{B}$ 일 때, $\frac{A}{B}$ 의 값을 구하여라.

(단, A, B는 유리수)

7. 이차방정식 $x^2-ax-(17-a)=0$ 의 한 근이 3이고, 또 다른 근을 b 라고 할 때

$a+b$ 의 값을 구하여라.

8. $x^2-2x-6=0$ 의 두 근의 합을 A, 두 근의 곱을 B라고 할 때, $A-B$ 의 값은 ?

9. 이차방정식 $x^2+kx-4=0$ 의 두 근을 a, b 가 다음과 같은 관계가 있을 때

k 의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{2}$$

10. 이차방정식 $x^2-(p+3)x+p-2=0$ 의 해를 p, q 라할 때, $p+q$ 의 값은 ?

11. 이차방정식 $3(x-4)^2=15a$ 의 두 근의 합은? (단, $a > 0$)

12. 이차방정식 $2x^2-3x+p=0$ 의 근이 $\frac{q \pm \sqrt{41}}{4}$ 일 때, p, q 의 값을 구하여라.

13. 이차방정식 $3x^2-7x+k=0$ 의 한 근이 $x=1$ 일 때, k 의 값과 나머지 한 근은 ?

14. $x^2-(m+2)x+2m=0$ 의 두 근의 비가 $1:2$ 일 때 m 의 값을 구하여라.

15. 직선 $mx-2y=-2$ 가 점 $(m-1, m^2)$ 을 지나고, 제 3사분면을 지나지 않을 때, m 의 값을 구하여라.

활용 문제 풀이 순서

- (1) 문제의 뜻에 알맞은 수량 관계를 파악한다
- (2) 적당한 것을 미지수 x 로 놓는다.
- (3) 방정식을 세운다.
- (4) 방정식을 푼다.
- (5) 구한 근 중에서 문제의 뜻에 맞는 것을 답으로 택한다.

(예) 세로의 길이가 가로 길이보다 2 m 더 긴 직사각형 모양의 밭이 있다.
이 밭의 넓이가 24m^2 일 때, 가로, 세로의 길이를 구하여라.

(풀이) (1) 세로가 2 더 긴 직사각형이군 넓이는 24 라...어디 보자

(2) 가로의 길이를 x , 세로의 길이 $x + 2$ 라고 하면 되겠군

(3) 식을 세워면

$$\text{넓이} = \text{가로} * \text{세로}$$

$$24 = x(x+2)$$

(4) 이차방정식을 풀면 $x = 4$ 와 -6 이 나온다

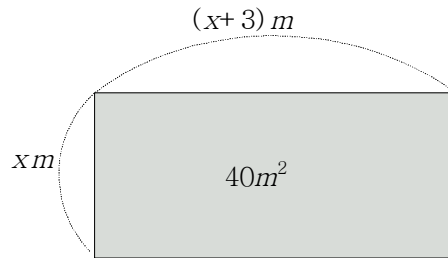
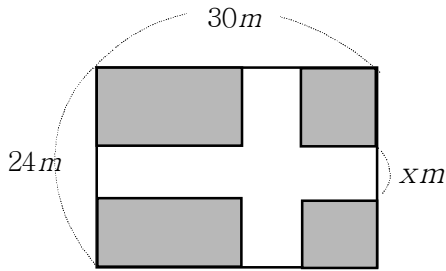
(5) 길이가 음수를 가지면 안되므로 $x = 4$ 이다.

따라서 가로는 4 m, 세로는 6 m

이차방정식 3 강 - 연 습 문 제

1. 지상에서 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 대략 $h=200t-5t^2$ 인 관계가 성립한다. 물체의 높이가 $1500m$ 일 때에는 쏘아 올린 지 몇 초 후 인가 ?

2. 아래 그림처럼 가로, 세로가 각각 30 m , 24 m 인 직사각형 모양의 땅에 폭이 일정한 십자형의 도로를 만들때 도로를 제외한 땅의 넓이가 $520m^2$ 이라면 도로의 폭은 ?



3. 위 오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 세로의 길이보다 $3m$ 더 길고, 넓이가 $40m^2$ 인 직사각형 모양의 화단이 있다. 세로의 길이를 xm 라고 할 때, 넓이를 x 에 관한 식으로 나타내어라.

4. 20 L의 물이 들어 있는 물통에서 x L의 물을 버리고 소독약 원액을 같은 양만큼 넣어서 잘 섞은 후 다시 x L의 혼합액을 버리고 소독약 원액을 x L만큼 넣었더니 물과 소독약 원액의 부피의 비가 $49:51$ 이 되었다고 한다. 이 때, x 의 값은 ?

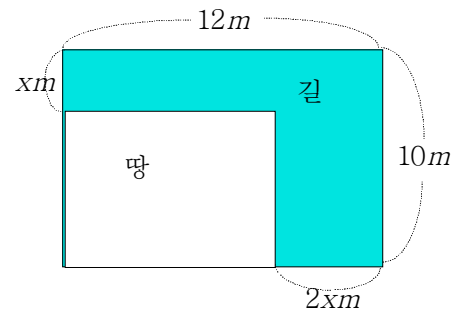
5. 지면으로부터 초속 $60m$ 로 곧바로 위로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 대략 $h=60t-5t^2$ 인 관계가 성립한다. 높이가 $160m$ 가 되는 것은 물체를 쏘아 올린 지 몇 초 후 인가를 푸는 과정이다. 안을 모두 채워라.

쏘아 올린 지 t 초 후의 높이가 $160m$ 가 되었다면, 다음 관계식이 성립한다.

(1) =160 이항을 하여 정리하면, (2) +32=0,

\therefore (3) 곧, 4초 후, 8초 후에 지면으로부터의 높이가 (4) 가 된다.

6. 영문이네 안마당에는 가로 세로의 길이가 각각 $12m$, $10m$ 인 직사각형 모양의 땅이 있다. 이 땅에 오른쪽 그림과 같이 세로 xm , 가로 $2xm$ 의 길을 내고 남은 땅의 넓이가 $42m^2$ 가 되게 하여 금잔디를 심으려고 한다. 이 때 x 의 값을 구하여라



7. 버스가 달린 거리는 시간에 비례하고 열차가 달린 거리는 시간의 제곱에 비례한다. 열차가 출발할 때 $6km$ 뒤에서 동시에 출발한 버스가 20분 후에 열차를 추월하고 그로부터 10분 후에 다시 열차가 버스를 추월했다. 이 때, 출발한 후 몇 분만에 열차가 버스보다 $30km$ 앞에서 앞서서 달리게 되는가? (단, 철도와 도로는 평행하다)