

곱셈공식

(1) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

(2) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

(3) $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

(4) $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

(5) $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$

(예1) 다음 식을 전개하여라.

(1) $(x + 2y)^2$

(2) $(2a - 3)^2$

(3) $(2x + 3)(2x - 3)$

(4) $(x + 2)(x + 3)$

(5) $(2x + 3)(3x + 5)$

분모의 유리화

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ 을 이용하여 분모를 유리화한다.

$$\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}$$

☑ 곱셈공식의 변형

$$\textcircled{1} \quad a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = (a - b)^2 + 2ab$$

$$\textcircled{2} \quad (a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$$

$$\textcircled{3} \quad (a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$$

(예2) $x + y = \sqrt{3}$, $xy = -1$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.

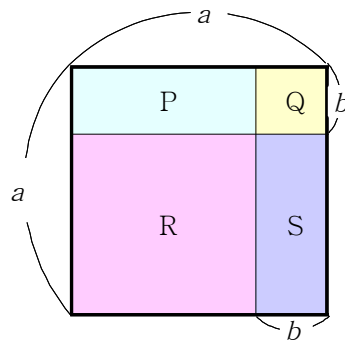
(풀이)

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\ &= (\sqrt{3})^2 - 2 \times (-1) \\ &= 3 + 2 \\ &= 5 \end{aligned}$$

식의 계산 1 강 - 연습 문제

1. $(3x+2)(x-5)-2(x-2)^2$ 을 간단히 했을 때, x 의 계수를 구하여라.

2. 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 a 인 정사각형을 네 부분으로 나눈 넓이를 각각 P, Q, R, S라 할 때, $Q+R$ 을 a, b 로 나타내어라.



3. $x=\sqrt{2}+\sqrt{3}$, $y=\sqrt{2}-\sqrt{3}$ 일 때, x^2-xy+y^2 의 값을 구하여라.

4. $xy=x+y$ 일 때 $(x-1)(y-1)$ 의 값을 구하여라.

5. $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ 을 계산하여라

6. $(a+b-c)(a-b+c)$ 를 전개하는데 가장 편리한 방법은?

- ① $\{(a+b)-c\}\{(a-b)+c\}$
- ② $\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\}$
- ③ $\{(a-c)+b\}\{(a+c)-b\}$
- ④ $\{a+(b-c)\}\{a-(b+c)\}$
- ⑤ $\{(a+b)-c\}\{a-(b-c)\}$

7. $(3x-5)(x+1)=3x^2+Ax-5$, $(3x+2)(3x-2)=Bx^2-4$ 에서
A+B의 값을 구하여라

8. $a-b=4$, $ab=2$ 일 때, a^2+b^2 의 값을 구하여라

9. $x=2-\sqrt{3}$, $y=2+\sqrt{3}$ 일 때 $(x+y)^2-(x-y)^2$ 의 값을 구하여라.

10. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ 임을 이용하여 $\sqrt{51+\frac{1}{49}}$ 의 값을 구하여라.

11. 자연수 $2^{40}-1$ 은 30과 40 사이의 두 자연수에 의하여 나누어 떨어진다.
이 두 자연수의 합을 구하여라.

12. $x^2-3x+1=0$ 일 때, $x^2+x+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

13. $(x+\frac{1}{3})^2=x^2-ax+\frac{1}{9}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

14. $x-\frac{1}{x}=3$ 일 때, $x^2+\frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

15. $A=x-3$, $B=2x+5$ 일 때, $AB-A^2+B^2$ 을 x 에 관한 식으로 나타내어라

16. $x=\frac{1}{3}$, $y=-\frac{1}{2}$ 일 때, $x^2-(y+1)^2-1$ 의 값을 구하여라.

식의 계산 2 강 - 인수분해(1)

사이버스쿨 우프선생

www.cyberschool.co.kr

☑ 전개 : $(x+1)(x+3) \rightarrow x^2+4x+3$

☑ 인수분해 : 전개와 반대, 인수의 곱으로 표현

$$x^2+4x+3 \rightarrow \text{인수분해} \rightarrow (x+1)(x+3)$$

☑ 인수분해 방법 : 공통인수를 찾아내어 곱하기 꼴로 고친다.

① 다항식의 각 항에 공통으로 들어있는 인수를 **공통인수**라 한다.

$$\begin{array}{cc} \underline{ma} + \underline{mb} = m(a+b), & \underline{ma} - \underline{mb} = m(a-b) \\ \text{공통인수} & \text{공통인수} \end{array}$$

② 숫자는 각 항의 최대공약수를, 문자는 차수가 가장 낮은 것이 공통인수

(예1) 다음 식을 인수분해 하여라.

(1) $12x^2y + 18xy^2$

(2) $(a-b)x + (a-b)y$

(풀이)

(1) $12x^2y + 18xy^2 = 6xy(2x + 3y)$

(2) $(a-b)x + (a-b)y = (a-b)(x + y)$

☑ 인수분해 공식

$$\textcircled{1} \quad a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$\textcircled{2} \quad a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$\textcircled{3} \quad a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$\textcircled{4} \quad x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

$$\textcircled{5} \quad acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$$

(예2) 다음 식을 인수분해 하여라.

$$(1) \quad x^2 + 6x + 9$$

$$(2) \quad 4x^2 - 12xy + 9y^2$$

$$(3) \quad a^2 - 16$$

$$(4) \quad x^2 - 3x - 18$$

(풀이)

$$(1) \quad x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2 = (\mathbf{x + 3})^2$$

$$(2) \quad 4x^2 - 12xy + 9y^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3y + (3y)^2 = (\mathbf{2x - 3y})^2$$

$$(3) \quad a^2 - 16 = a^2 - 4^2 = (\mathbf{a + 4})(\mathbf{a - 4})$$

$$(4) \quad x^2 - 3x - 18 = x^2 + \{3 + (-6)\}x + 3 \times (-6) = (\mathbf{x + 3})(\mathbf{x - 6})$$

☑ 완전제곱식 : $(ax + b)^2$ 또는 $k(ax + b)^2$ 의 꼴로 나타내지는 식

식의 계산 2 강 - 연습 문제

1. 다음 식을 인수분해 하여라.

(1) $a(x-y)+b(x-y)$

(2) $6x^2+15x-9$

(3) $ax^2-4ax+3a$

(4) $(a+b)^2-2(a+b)-15$

2. $6x^2+(4a-7)x-12$ 를 인수분해하면 $(2x+b)(3x-4)$ 가 된다.

이 때 상수 a 의 값을 구하여라.

3. $x^2-3x-10$ 과 x^2-4 의 공통인수를 구하여라.

4. 다음 중 완전제곱식으로 나타낼 수 없는 식은 어느 것인가?

① $a^2+8a+16$

② $\frac{1}{4}x^2+x+1$

③ $1+2y+y^2$

④ $9a^2+30ab+16b^2$

⑤ $3x^2-12xy+12y^2$

5. $x^2+y^2-2xy-2x+2y-15$ 를 인수분해 하여라.

6. $99^2 - 1 = 100 \times 98$ 임을 설명하는데 가장 알맞은 식은 어느 것인가?

- ① $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ ② $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
 ③ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ ④ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$
 ⑤ $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

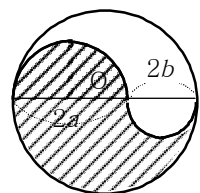
7. $x^2 + Mx + 49$ 를 완전제곱식이 되도록 하는 M 의 값을 구하여라.

8. $ab + a + b + 1$ 을 인수분해 하여라.

9. $x(x+1)(x+2)(x+3) + 1$ 이 $(x^2 + bx + c)^2$ 으로 인수분해 될 때, $b + c$ 의 값을 구하여라.

10. $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4} - \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4}$ 를 간단히 하여라.

11. 오른쪽 그림과 같이 지름의 길이가 $2a + 2b$ 인 원 O 에 지름이 각각 $2a, 2b$ 인 반원을 그렸을 때, 색칠한 부분의 넓이를 곱의 꼴로 나타내어라.



12. 다음 식이 완전제곱식이 되도록 □ 안에 알맞은 것을 써 넣어라.

(1) $(\square x + 3)^2 = 16x^2 + \square x + \square$

(2) $x^2 + \frac{1}{6}x + \square$

(3) $\square - 6ab + 9b^2$

(4) $x^2 - 14x + \square = (x - \square)^2$

(5) $x^2 + \square + 169y^2$

(6) $9a^2 - \square a + \square = (\square a - \frac{1}{2})^2$

13. 다음 다항식을 인수분해 하여라.

(1) $4x^2 - 12xy + 9y^2$

(2) $a^2 + \frac{1}{3}ab + \frac{1}{36}b^2$

(3) $a^2 - \frac{1}{4}ab + \frac{1}{64}b^2$

(4) $16x^2 + 8xy + y^2$

(5) $9x^2 - 30xy + 25y^2$

식의 계산 3 강 - 인수분해(2)

사이버스쿨 우프선생

www.cyberschool.co.kr

☑ 이차식 계수가 1 인 경우 인수분해 : 아래 공식을 이용한다.

$$\begin{array}{ccccccc} x^2 & + & (a+b)x & & + & ab & = (x+a)(x+b) \\ & & \text{(두수의 합)} & & \text{(두수의 곱)} & & \text{(두 수 } a, b) \end{array}$$

(예1) 다음 안에 알맞은 수를 써 넣어라.

(1) $x^2 + \square x + 6 = (x + \square)(x + 3)$

(2) $x^2 + \square x - 6 = (x + \square)(x - 1)$

(3) $x^2 - \square x + 6 = (x - \square)(x - 2)$

(4) $x^2 - \square x - 6 = (x + \square)(x - 6)$

(예2) 다음 다항식을 인수분해 하여라.

(1) $x^2 - x - 6$

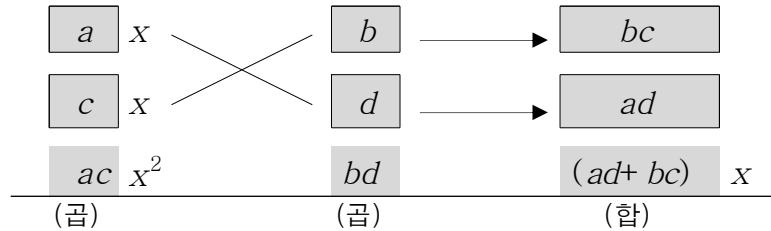
(2) $x^2 + 4x - 12$

(3) $x^2 + 5x - 14$

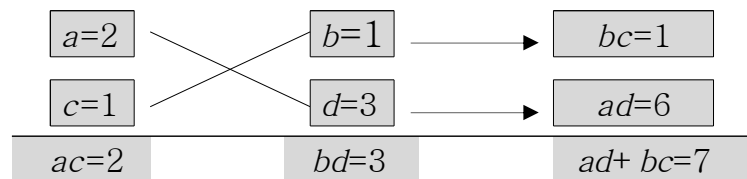
(4) $x^2 - 2x - 15$

☑ 이차식 계수가 1 이 아닌 경우 인수분해 : 아래 공식을 이용한다.

$$\boxed{acx^2 + (ad + bc)x + bd} \quad \rightarrow \quad \boxed{(ax + b)(cx + d)}$$



(예3) $2x^2 + 7x + 3 = (\textcircled{3})(\textcircled{4})$



(예4) 다음 다항식을 인수분해 하여라.

(1) $6x^2 + 5x + 1$

(2) $2x^2 + 5x + 2$

(3) $6x^2 - 7x + 2$

(4) $3a^2 - 10a + 8$

식의 계산 3 강 - 연습 문제

1. 다음 식을 인수분해 하여라.

(1) $x^2 + 4x + 3$

(2) $x^2 - 8x + 12$

(3) $x^2 + x - 30$

(4) $x^2 - 2x - 24$

(5) $ap^2 - 9ap + 18a$

(6) $x^2y^2 + 22xy + 121$

(7) $2x^2 + 7x + 3$

(8) $5x^2 + 14xy + 8y^2$

(9) $6x^2 - 17xy + 12y^2$

(10) $6ax^2 + 11ax + 4a$

2. $ax^2 - x - 6 = (2x + 3)(x + b)$ 일때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

3. $x^2 - 2x - 3$ 과 $2x^2 - x - 15$ 의 공통인수를 찾아라.

4. $2x^2 - 7x + 6$ 를 인수분해 하여 두 일차식의 합을 구하여라.

☑ 공통인수 묶어내기

$$\begin{aligned} \text{(예1)} \quad 3x^2y - 15xy^2 - 9xy &= 3xy \cdot x - 3xy \cdot 5y - 3xy \cdot 3 \\ &= 3xy(x - 5y - 3) \end{aligned}$$

☑ 적당한 항끼리 짝지운다.

$$\begin{aligned} \text{(예2)} \quad ax + ay + bx + by &= a(x + y) + b(x + y) \\ &= (x + y)(a + b) \end{aligned}$$

☑ 공통부분을 한 문자로 치환한다.

$$\begin{aligned} \text{(예3)} \quad (a-b)^2 - 2(a-b) + 1 & \\ = A^2 - 2A + 1 & \quad \Leftarrow a-b=A \text{ 치환} \\ = (A-1)^2 & \quad \Leftarrow \text{공식 적용} \\ = (a-b-1)^2 & \quad \Leftarrow A=a-b \text{ 대입} \end{aligned}$$

식의 계산 4 강 - 연습 문제

1. 다음 다항식을 인수분해 하여라.

(1) $ab - a - b + 1$

(2) $(x + y)(x + y - 1) - 6$

(3) $(x + 1)^2 - 9$

(4) $(x + 3)^2 - 5(x + 3) + 6$

(5) $x^2y - 3x^2 + 3x - xy$

(6) $(x - 2)^2 - 9$

(7) $xy + xz - yz - z^2$

(8) $ax^2 - 3bx^2 - ay^2 + 3by^2$

(9) $a^4 - 3a^2 - 4$

(10) $(x + y + z)^2 - (x - y)^2$

(11) $3(x - 1)^2 + 10(x - 1) - 8$

(12) $1 - x^2 - y^2 + 2xy$

(13) $(x + 2y)^2 - (x - y)^2$

(14) $a^2 - b^2 - c^2 + 2a + 2bc + 1$

(15) $x^2 - xy - 2y^2 + 5y + 2x - 3$

(16) $2(a + 4)^2 - 5(a + 4)(a - 3) - 3(a - 3)^2$

2. $xy=1$, $(x+1)(y+1)=5$ 일 때, $x^2(x-y)+y^2(y-x)$ 의 값을 구하여라.

3. $x=2+\sqrt{3}$, $y=2-\sqrt{3}$ 일 때, x^2-y^2 의 값을 구하여라.

4. $x+y=30$ 이고, $x(x+1)-y(y+1)=-6$ 일 때, $x-y$ 의 값은?