

☑ 제곱근의 정의

$x^2 = a$ 일 때, x 를 a 의 제곱근 이라고 한다.

☑ 제곱근 구하기

양수 a 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 와 $-\sqrt{a}$, 0 의 제곱근은 $\sqrt{0}=0$

(예1) 다음 수의 제곱근을 구하여라.

(1) 81

(2) $(-3)^2$

(풀이) (1) 제곱해서 81이 되는 수는 ± 9

(2) $(-3)^2 = 9$, 따라서 9 의 제곱근은 ± 3

☑ 제곱근 계산하기

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

$$(-\sqrt{a})^2 = a$$

$$\sqrt{a^2} = a, (a > 0 \text{ 일 때})$$

$$\sqrt{a^2} = -a, (a < 0 \text{ 일 때})$$

☑ 크기 비교

$$(1) a < b \text{ 이면 } \sqrt{a} < \sqrt{b}$$

$$(2) a - b > 0 \text{ 이면 } a > b$$

$$(3) a - b = 0 \text{ 이면 } a = b$$

$$(4) a - b < 0 \text{ 이면 } a < b$$

☑ 무리수와 실수

(1) 무리수 : 유리수가 아닌 실수 (즉, 순환하지 않는 무한소수를 말한다.)

(2) 실수 : 유리수와 무리수를 통틀어 실수라고 한다.

$$\begin{array}{l} \text{실수} \left\{ \begin{array}{l} \text{유리수} \left\{ \begin{array}{l} \text{정수} \left\{ \begin{array}{l} \text{양의 정수 (자연수)} \\ \text{영 (0)} \\ \text{음의 정수} \end{array} \right. \\ \text{정수가 아닌 유리수} \end{array} \right. \\ \text{무리수 (순환하지 않는 무한소수)} \end{array} \right. \end{array}$$

(예2) 다음 두 실수의 대소를 비교하여라.

$$(1) \sqrt{15}+1, \quad 4$$

$$(2) 3+\sqrt{5}, \quad \sqrt{5}+\sqrt{8}$$

$$(\text{풀이}) (1) (\sqrt{15}+1) - 4 = \sqrt{15}+1 - 4 = \sqrt{15}-3 > 0$$

$$\therefore \sqrt{15}+1 > 4$$

$$(2) (3+\sqrt{5}) - (\sqrt{5}+\sqrt{8}) = 3+\sqrt{5} - \sqrt{5}-\sqrt{8} = 3-\sqrt{8} > 0$$

$$\therefore 3+\sqrt{5} > \sqrt{5}+\sqrt{8}$$

실수와 그 계산 1 강 - 연 습 문 제

1. 다음 중 옳은 것은?

- ① 16의 제곱근은 4이다. ② $\sqrt{30}$ 은 $\sqrt{3}$ 의 10배이다.
③ 음수의 제곱근은 음수이다. ④ $\sqrt{13^2} = -13$
⑤ $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 ± 2 이다.

2. 다음 수들의 제곱근을 구하여라.

- (1) 16 (2) 27 (3) 0

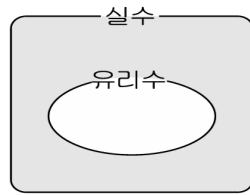
3. 다음 값을 구하여라.

- (1) $\sqrt{121}$ (2) $\sqrt{(-6)^2}$ (3) $(\sqrt{11})^2$ (4) $\sqrt{(-0.5)^2}$
(5) $\sqrt{4} + \sqrt{121}$ (6) $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-5)^2}$
(3) $(-\sqrt{2})^2 \times (-\sqrt{5})^2$ (4) $\sqrt{(-15)^2} \div \sqrt{3^2}$

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

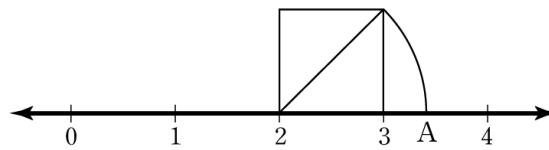
- ① 서로 다른 두 무리수 사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.
② 두 자연수 1과 2 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.
③ 두 자연수 1과 1000 사이에는 무수히 많은 자연수가 존재한다.
④ 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.
⑤ 서로 다른 두 유리수 사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.

5. 오른쪽 벤 다이어그램의 어두운 부분의 집합에 포함되는 수를 2개 찾으면?



- ① π ② 3.14 ③ 0.3 ④ $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}}$ ⑤ $\sqrt{10} - 1$

6. 아래 수직선 위의 점 A에 대응하는 수를 구하여라. (단, A는 2를 중심으로 정사각형의 대각선을 반지름으로 하는 원을 그렸을 때, 수직선과의 교점이다.)

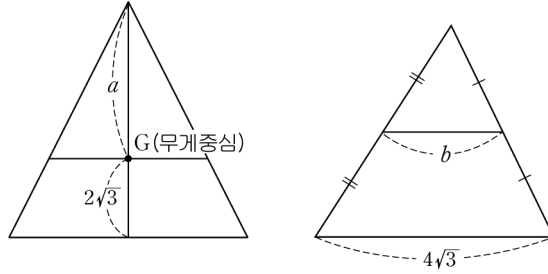


- ① $-2\sqrt{2}$ ② $2-\sqrt{3}$ ③ $1+\sqrt{2}$ ④ $1+\sqrt{3}$ ⑤ $2+\sqrt{2}$

7. $3 < \sqrt{n} < 4$ 를 만족하는 자연수 n 의 값을 모두 구하여라.

8. $10 \leq n \leq 30$ 일 때, $\sqrt{3n}$ 이 정수가 되는 자연수 n 의 값을 모두 구하여라.

9. 다음 그림을 보고 $a+b$ 의 값을 구하면?



- ① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{6}$ ④ $6\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

10. x 가 자연수일 때, $\sqrt{300-x}$ 가 가장 큰 정수가 되도록 x 의 값을 구하여라.

11. 다음 두 수의 대소를 비교하여라.

(1) $3\sqrt{2}-4$, $2\sqrt{5}-4$

(2) $3\sqrt{5}+\sqrt{2}$, $\sqrt{5}+3\sqrt{2}$

12. $\sqrt{500-x}-\sqrt{200+y}$ 가 가장 큰 정수가 되기 위한 자연수 x, y 에 대하여,
 $x+y$ 의 값을 구하여라.

13. $(-3)^2$ 의 음의 제곱근을 A, $\sqrt{9}$ 의 양의 제곱근을 B라 할 때,
 $A-B^2$ 의 값은 ?

14. $0 < x < 3$ 일 때, $\sqrt{(x-3)^2} + \sqrt{(3-x)^2}$ 을 간단히 하여라.

15. $(3 \div 2) \times \frac{1}{3} + \sqrt{(-2)^2} - (-2)^3$ 을 간단히 하여라.

16. $\sqrt{(-2)^4} - \sqrt{(-\frac{3}{4})^2} \div (-\sqrt{\frac{3}{8}})^2$ 를 간단히 하여라.

17. $a > b > 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 하여라.

$$\sqrt{(b-a)^2} - \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{a^2} + \sqrt{4a^2}$$

☑ 제곱근의 곱셈과 나눗셈

$$\sqrt{a} \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$\sqrt{a^2 b} = \sqrt{a^2} \sqrt{b} = a \sqrt{b}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b^2}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b^2}} = \frac{\sqrt{a}}{b}$$

(예1) 다음 값을 계산하여라.

(1) $\sqrt{4} \times \sqrt{9}$

(2) $\sqrt{3} \times \sqrt{7}$

(3) $\sqrt{18}$

(풀이) (1) $\sqrt{4} \times \sqrt{9} = \sqrt{4 \times 9} = \sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$

(2) $\sqrt{3} \times \sqrt{7} = \sqrt{3 \times 7} = \sqrt{21}$

(3) $\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{3^2 \times 2} = 3\sqrt{2}$

(예2) 다음 값을 계산하여라.

(1) $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}$

(2) $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{7}}$

(3) $\frac{\sqrt{27}}{3}$

(풀이) (1) $\sqrt{\frac{9}{4}} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3}{2}$

(2) $\sqrt{\frac{21}{7}} = \sqrt{3}$

(3) $\frac{\sqrt{27}}{3} = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3^2}} = \sqrt{\frac{27}{9}} = \sqrt{3}$

☑ 제곱근의 덧셈과 뺄셈

$$(1) \quad m\sqrt{a} + n\sqrt{a} = (m+n)\sqrt{a} \qquad (2) \quad m\sqrt{a} - n\sqrt{a} = (m-n)\sqrt{a}$$

$$(3) \quad \sqrt{a}(\sqrt{b} + \sqrt{c}) = \sqrt{ab} + \sqrt{ac} \qquad (4) \quad (\sqrt{a} + \sqrt{b})\sqrt{c} = \sqrt{ac} + \sqrt{bc}$$

(예3) 다음 무리수들을 계산하여라.

$$(1) \quad 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} \qquad (2) \quad \sqrt{18} + \sqrt{50} - 4\sqrt{2} \qquad (3) \quad \sqrt{3}(5\sqrt{2} + 4\sqrt{7})$$

(풀이) (1) $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = (3+5)\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

$$(2) \quad \sqrt{18} + \sqrt{50} - 4\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$(3) \quad \sqrt{3}(5\sqrt{2} + 4\sqrt{7}) = 5\sqrt{3}\sqrt{2} + 4\sqrt{3}\sqrt{7} = 5\sqrt{6} + 4\sqrt{21}$$

실수와 그 계산 2 강 - 연 습 문 제

1. 다음 식을 $\sqrt{a}$ 의 꼴로 나타내어라.

(1) $\sqrt{8}\sqrt{11}$

(2) $3\sqrt{7}$

2. 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $\sqrt{2}\sqrt{18}$

(2) $-\sqrt{3}\sqrt{12}$

3. 다음 식을 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로 나타내어라.

(1) $\sqrt{300}$

(2) $\sqrt{20000}$

4. 다음 식을 계산하여라.

(1) $2\sqrt{15}\times\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{2}\times(-3\sqrt{5})\times\sqrt{6}$

(3) $4\sqrt{12}\div(-2\sqrt{3})$

(4) $\sqrt{7}\div 9\sqrt{3}\times 3\sqrt{21}$

5. 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $3\sqrt{2}+5\sqrt{2}$

(2) $4\sqrt{5}-\sqrt{5}$

(3) $9\sqrt{3}+6\sqrt{3}-8\sqrt{3}$

(4) $\sqrt{2}(\sqrt{3}+\sqrt{5})$

(5) $\sqrt{3}(\sqrt{6}-2\sqrt{3})$

(6) $4\sqrt{7}-3\sqrt{11}+5\sqrt{7}+2\sqrt{11}$

7. $A=\sqrt{10}-\sqrt{5}$, $B=5-\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{5}A-3\sqrt{2}B$ 의 값은 ?

8. $\sqrt{108}-\sqrt{75}+\sqrt{45}-\sqrt{80}=a\sqrt{5}+b\sqrt{3}$ 일 때, a, b 의 값은 ?

9. $\sqrt{3}(x+\sqrt{15})-\sqrt{5}(y-\sqrt{15})=2\sqrt{3}-4\sqrt{5}$ 를 만족하는 유리수 x, y 의 값은 ?

10. $x=3+\sqrt{2}$, $y=3-\sqrt{2}$ 일 때, $x-y$ 의 값은 ?

☑ 제곱근의 유리화 : 분모의 루트를 없애는 것

$$\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a} \qquad \frac{\sqrt{a}}{m\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}\sqrt{b}}{m\sqrt{b}\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{mb} \quad (m \neq 0)$$

(예1) 다음 분모를 유리화하여라.

(1) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

(2) $\frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{2}}$

☑ 제곱근의 근사값

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
2.0	1.414	1.418	1.421	1.425	1.428	1.432	1.435	1.439	1.442	1.446
2.1	1.449	1.453	1.456	1.459	1.463	1.466	1.470	1.473	1.476	1.480
2.2	1.483	1.487	1.490	1.493	1.497	1.500	1.503	1.507	1.510	1.513
2.3	1.517	1.520	1.523	1.526	1.530	1.533	1.536	1.539	1.543	1.546
2.4	1.549	1.552	1.556	1.559	1.562	1.565	1.568	1.572	1.575	1.578

제곱근표를 이용하면, $\sqrt{2.32} = 1.523$

(예2) 위의 제곱근표를 이용하여 다음 수의 근사값을 구하여라.

(1) $\sqrt{2.01}$

(2) $\sqrt{2.47}$

(풀이) (1) $\sqrt{2.01} \approx 1.418$

(2) $\sqrt{2.47} \approx 1.572$

실수와 그 계산 3 강 - 연 습 문 제

1. 다음 식을 계산하여라.

$$(1) 2 \times \sqrt{5} - 5 \div \sqrt{5}$$

$$(2) \sqrt{50} + 7 \div \sqrt{2}$$

$$(3) \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times 2\sqrt{10}$$

$$(4) 3\sqrt{24} \times \frac{1}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{21}}{2\sqrt{3}}$$

$$(5) \sqrt{18} \div \frac{1}{\sqrt{6}} - 2\sqrt{7}$$

$$(6) 2\sqrt{96} - 5\sqrt{6} + \sqrt{54}$$

$$(7) \sqrt{500} + 3\sqrt{5} - \sqrt{125}$$

$$(8) \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{2}} - \sqrt{192} + \sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$(9) \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})}{\sqrt{6}} + \frac{4}{\sqrt{3}}$$

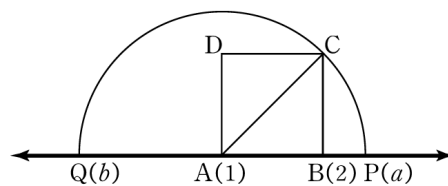
$$(10) \sqrt{24} - \sqrt{\frac{8}{3}} - \frac{\sqrt{18} - \sqrt{3}}{\sqrt{2}} + 3$$

2. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 일 때, $f(2) + f(3) + \cdots + f(49) = a\sqrt{2}$ 이라면 a 는?

3. $\sqrt{75} + \frac{3}{\sqrt{3}} - \sqrt{6} \times \sqrt{2} = x\sqrt{3}$ 을 만족하는 상수 x 의 값을 구하여라.

4. $\{a \mid 100 \leq a \leq 200, a \text{ 는 정수}\}$ 에 대하여, $\sqrt{3} \times \sqrt{a}$ 를 양의 정수가 되게 하는 정수 a 의 개수를 구하여라.

5. 다음 그림과 같이 수직선 위의 점 $A(1)$ 에서 $B(2)$ 까지의 거리를 한 번으로 하는 정사각형 $ABCD$ 를 그리고 $\overline{AC} = \overline{AP} = \overline{AQ}$ 인 두 점 P, Q 를 수직선 위에 잡았다. $P(a), Q(b)$ 에 대하여, ab 의 값을 구하여라.



6. $\sqrt{x}$ 의 정수 부분을 $[x]$, 소수부분을 $\langle x \rangle$ 라 할 때, $[24] - 2\langle 3 \rangle$ 의 값은 ?

7. 서로소인 두 자연수 x, y 가 $\sqrt{2.1 \times \frac{y}{x}} = 0.2$ 일 때 $x + y$ 의 값은 ?

8. $\sqrt{60} \doteq 7.746$, $\sqrt{300} \doteq 17.32$ 일 때, $\sqrt{300} - \sqrt{60}$ 의 근사값은 ?

9. $\sqrt{0.2} \doteq 0.45$, $\sqrt{240} \doteq 15.49$ 일 때, $\sqrt{0.2} + \sqrt{240}$ 의 근사값은 ?

10. $\sqrt{6} \doteq 2.449$ 일 때, $6 \times (\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{2}})$ 의 근사값은 ?

11. $\sqrt{2} \doteq 1.414$ 일 때, $\frac{5}{3} \times (\sqrt{0.18} + \frac{3}{\sqrt{2}} - \sqrt{2.88})$ 의 근사값은 ?